

$$\lim_{+\infty} \frac{h \circ f}{h \circ g} = \lim_{+\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}{1} = -\infty \Rightarrow h \circ f \neq o(h \circ g)$$

Thème: croissances comparées usuelles  
voisinage de  $+\infty$

$$\begin{aligned} a < b &\Rightarrow x^a = o(x^b) \\ 0 < a < b &\Rightarrow a^x = o(b^x) \\ b > 0 &\Rightarrow x^a = o(x^b) \\ b > 0 &\Rightarrow (\ln(x))^a = o(x^b) \\ b > 0 &\Rightarrow x^a = o(e^{bx}) \end{aligned}$$

voisinage de 0

$$\begin{aligned} a < b &\Rightarrow x^b = o(x^a) \\ a > 0 &\Rightarrow x^a = o(|\ln x|^b) \end{aligned}$$

domination

$a \in \mathbb{R}$ , et  $(f \text{ et } g) \in o(a) \rightarrow \mathbb{R}$

supposant que  $g$  ne s'annule pas

dit que  $f$  est dominé par  $g$  au voisinage de  $a$  si  $\frac{f}{g}$  est bornée au  $v_a$ ,  $f = O(g)$

$$\text{peut: } \frac{f}{g} \text{ bornée sur } v_a \Leftrightarrow \forall x \in v_a, \exists M > 0, \left| \frac{f}{g} \right| \leq M$$

Les opérations/rerelations permises/interdites sur la négligeabilité le sont également pour la domination

équivalence

soit  $a \in \mathbb{R}$ ,  $f \text{ et } g \in v_a \rightarrow \mathbb{R}$  tels que  $g(x) \neq 0, \forall x \in v_a \subset \{x\}$

$f$  et  $g$  sont équivalents en  $a$  si  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f}{g} = 1, f \sim_a g$

Remarque: l'équivalence avec 0 n'existe pas ( $f \sim 0$ )

$$\lim_a f = l, l \neq 0 \Rightarrow f \sim_a l$$

Exemples

$$\begin{aligned} \sin x &\sim_0 x \\ \tan x &\sim_0 x \\ \cos x &\sim_0 \frac{x^2}{2} \\ \ln(x+1) &\sim_0 x \\ e^x - 1 &\sim_0 x \end{aligned}$$